

ANALISIS PORTOFOLIO INVESTASI DENGAN METODE MEAN VARIAN DUA KONSTRAIN

Gilang Primajati¹, Ahmad²

e-mail: gilangeuler@gmail.com¹, ahmad_mountshaf@yahoo.co.id²

^{1,2}STMIK Bumigora Mataram

Abstract

In the formation of an efficient portfolio, many methods can be used. Of course with its own assumptions and advantages. In the process, reasonable investor assumptions tend to be risk averse. Investors who are risk averse are investors who, when faced with two investments with the same expected return, will choose an investment with a lower risk level. If an investor has several efficient portfolio choices, then the most optimal portfolio will be chosen. Optimal portfolio with mean-variance efficient portfolio criteria, investors only invest in risky assets. Investors do not include risk free assets in their portfolios. Mean-variance efficient portfolio is defined as a portfolio that has a minimum variance among all possible portfolio that can be formed, at the mean level of the same expected return. The mean variant method of the two constraints can be used as a basis in determining the optimal portfolio weight by minimizing the risk of portfolio return with two constraints. In this article the problem referred to is symbolized by lamda and beta. With this two-constraint method, the results obtained are more detailed so that they can describe the results of a sharper analysis for an investor.

Keyword : risk averse, mean-variance efficient, mean expected return

Abstrak

Dalam pembentukan portofolio efisien, banyak metode yang dapat digunakan. Tentu dengan berbagai asumsi dan keunggulannya tersendiri. Pada prosesnya, asumsi investor yang wajar cenderung menghindari risiko (*risk averse*). Investor yang *risk averse* adalah investor yang jika dihadapkan pada dua investasi dengan *expected return* yang sama, maka ia akan memilih investasi dengan tingkat risiko yang lebih rendah. Jika seorang investor memiliki beberapa pilihan portofolio yang efisien, maka portofolio yang paling optimal-lah yang akan dipilihnya.

Portofolio optimal dengan kriteria *mean-variance efficient portfolio*, investor hanya berinvestasi pada aset-aset berisiko saja. Investor tidak memasukkan aset bebas risiko (*risk free asset*) dalam portofolionya. *Mean-variance efficient portfolio* didefinisikan sebagai portofolio yang memiliki variansi yang minimum di antara keseluruhan kemungkinan portofolio yang dapat dibentuk, pada tingkat *mean expected return* yang sama. Metode mean varian dua konstrain dapat dijadikan dasar dalam penentuan bobot portofolio yang optimal yaitu dengan meminimalkan resiko return portofolio dengan dua kendala. Pada artikel ini kendala yang dimaksud disimbolkan dengan *lamda* dan *beta*. Dengan metode dua konstrain ini hasil yang diperoleh lebih detail sehingga mampu menggambarkan hasil analisa yang lebih tajam bagi seorang investor.

Kata kunci: *risk averse, mean-variance efficient, mean expected return*

I. PENDAHULUAN

Portofolio didefinisikan sebagai sekumpulan aset yang berupa investasi yang dimiliki oleh investor atau perusahaan. Investasi tersebut bisa

berupa deposito, emas, saham, properti, obligasi, dan lain-lain. Pembentukan portofolio (kombinasi beberapa sekuritas dalam investasi) merupakan mekanisme diversifikasi.

Diversifikasi perlu dilakukan untuk mengurangi risiko yang harus ditanggung investor. Konsep ini sesuai dengan *law of large number* dalam statistik yang menyatakan bahwa semakin besar ukuran sampel maka semakin besar kemungkinan rata-rata sampel mendekati nilai yang diharapkan dari populasi. Dengan melakukan penambahan jumlah sekuritas ke dalam portofolio maka diharapkan ada manfaat pengurangan risiko sampai satu titik dimana manfaat tersebut mulai berkurang. Dalam konteks manajemen portofolio, semakin banyak jumlah saham yang dimasukkan dalam portofolio, semakin besar manfaat pengurangan risiko. Meskipun demikian, manfaat pengurangan risiko portofolio akan mencapai titik puncaknya pada saat portofolio terdiri dari sekian jenis saham, dan setelah itu manfaat pengurangan risiko tidak akan memberikan pengaruh yang signifikan. Portofolio saham yang dilakukan pada titik terendah risiko portofolio tersebut merupakan portofolio yang efisien dalam pengurangan risiko saham. Pada titik tersebut, portofolio yang dilakukan memberikan risiko yang paling rendah dengan jumlah sekuritas tertentu. Diversifikasi saham yang dilakukan investor memang mampu memberikan tingkat risiko yang rendah. Dengan diversifikasi, komponen risiko akan dapat diminimalkan dengan menghilangkan komponen risiko tidak sistematis (*unsystematic risk*) sehingga yang tertinggal hanyalah risiko sistematis yang tidak dapat dihilangkan dengan portofolio. Namun secara riil, akan sulit untuk dilaksanakan karena begitu banyaknya saham yang dapat dikombinasikan untuk memperoleh kombinasi saham. Dengan demikian, risiko minimal dalam diversifikasi saham secara konsep dapat dihitung, namun dalam penerapannya perlu alat bantu khususnya statistika untuk dapat memperoleh kombinasi saham yang efisien tersebut. Untuk menurunkan risiko portofolio, investor perlu melakukan diversifikasi. Diversifikasi dalam pernyataan tersebut dapat bermakna bahwa investor perlu membentuk portofolio sedemikian rupa hingga risiko dapat diminimalkan tanpa mengurangi return yang diharapkan. Mengurangi risiko tanpa mengurangi return yang diharapkan adalah tujuan investor dalam berinvestasi. Investor dapat melakukan beberapa prinsip-prinsip diversifikasi untuk meminimalkan risiko

tersebut.

2.1 Investasi

Investasi didefinisikan sebagai sumber pendapatan dengan menempatkan sejumlah dana pada saat ini dengan harapan untuk memperoleh keuntungan di kemudian hari (Luenberger, 1998).

Saham adalah salah satu instrument investasi. Saham yaitu surat berharga (surat bukti) kepemilikan atas aset-aset perusahaan yang menerbitkan saham. Dengan memiliki saham suatu perusahaan, maka investor akan mempunyai hak terhadap pendapatan dan kekayaan perusahaan setelah dikurangi dengan pembayaran semua kewajiban perusahaan. Saham merupakan salah satu jenis sekuritas yang cukup populer diperjualbelikan di pasar modal. Karena jika dibandingkan dengan investasi lainnya, saham memungkinkan pemodal untuk mendapatkan tingkat pengembalian (*return*) atau keuntungan yang lebih besar dalam waktu relatif singkat (*high return*). Selain *high return*, saham juga memiliki sifat *high risk* yaitu harga saham dapat juga turun secara cepat atau sahamnya di *delist* (dihapuskan pencatatannya) dari bursa sehingga untuk jual beli pemegang saham harus mencari pembeli/penjual sendiri dan juga saham tidak memiliki harga patokan pasar. Dengan karakteristik *high risk* dan *high return* ini maka investor atau pemegang saham perlu terus memantau pergerakan harga saham yang dipegangnya, agar keputusan yang tepat dapat dihasilkan dalam waktu yang tepat pula.

2.2 Diversifikasi

Diversifikasi portofolio diartikan sebagai pembentukan portofolio sedemikian rupa sehingga dapat mengurangi risiko portofolio tanpa mengorbankan pengembalian yang dihasilkan. Para investor yang mengkhususkan diri dalam investasi saham, menganggap perlu dilakukan diversifikasi portofolio. Yang dimaksud dengan diversifikasi portofolio dalam hal ini adalah seluruh dana yang ada seharusnya tidak diinvestasikan ke dalam satu saham tetapi portofolio harus terdiri dari banyak saham perusahaan (Fabozzi, 1999).

2.3 Aset dan Portofolio Return

Return adalah timbal balik yang akan diterima jika berinvestasi dalam suatu instrument

keuangan. Return dapat berupa return geometric maupun return aritmatik. Nilai return pada data memiliki nilai ekspektasi return dengan rata-rata sampel (mean):

$$E(R_i) = \bar{R}_i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_{it}$$

R_{it} = return saham i pada periode t
 \bar{R}_i = rata-rata return saham i
 (expected return)

Sedangkan ekspektasi return portofolio adalah

$$E(R_{port}) = W_1 E(R_1) + W_2 E(R_2) + \dots + W_n E(R_n) = \sum_{i=1}^n W_i E(R_i)$$

$E(R_{port})$ = ekspektasi return portofolio

W_i = Bobot ke-i

$E(R_i)$ = ekspektasi return saham i

2.4 Varian dan Standart Deviasi

Varian dari return suatu aset adalah ekspektasi nilai atas deviasi kuadrat dari return yang diharapkan. Sedangkan standar deviasi dari return suatu aset adalah akar dari varian return (Bodie, et al. 2006). Perhitungannya sebagai berikut varian dan standart deviasi tiap aset:

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (R_{it} - \bar{R}_i)^2$$

dan standar deviasi dan varian portofolionya :

$$\begin{aligned} \text{Var}(R_{port}) &= \sum_{i=1}^n W_i^2 \text{Var}(R_i) \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \text{Cov}(R_i, R_j) = W^t S W \end{aligned}$$

Dimana :

S_i^2 = varian return saham i

S_i = standar deviasi return saham i

S = matriks varian kovarian return saham dalam portofolio

W = vektor bobot saham dalam portofolio

Ukuran risiko (volatilitas) seharusnya mengestimasi sampai tingkat tertentu dimana hasil nyata mungkin meleset dari yang diharapkan. Simpangan baku adalah cara mengukur hal itu, karena simpangan baku adalah

estimasi perbedaan return nyata dari expected return.

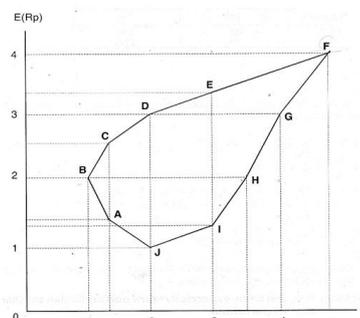
kovarian adalah ukuran statistik dari hubungan antara dua variabel acak. Kovarian mengukur bagaimana dua variabel acak seperti return sekuritas i dan j yang sama-sama bergerak. Suatu nilai positif kovarian mengindikasikan return sekuritas cenderung bergerak ke arah yang sama. Sedangkan kovarian negatif mengindikasikan kecenderungan return bergerak berlawanan.

2.5 Portofolio Efisien

Secara teori terdapat banyak sekali portofolio yang dapat dibentuk dari sekumpulan aset yang diminati. Tentu saja tidak semua portofolio tersebut baik atau efisien. Banyak portofolio yang jika dibandingkan dengan portofolio lain, kualitasnya lebih jelek. Suatu portofolio dikatakan efisien jika portofolio tersebut dibandingkan dengan portofolio lain memenuhi kondisi berikut :

1. Memberikan expected return lebih besar dengan risk yang sama, atau
2. Memberikan risk lebih kecil dengan expected return yang sama.

Dalam gambar 2.1 di bawah diasumsikan investor membentuk portofolio A, B, C, D, E, F, G, H, I dan J.



Gambar 1. Portofolio yang efisien dan yang tidak efisien

Pada gambar 1 di atas garis B, C, D, E dan F disebut sebagai permukaan yang efisien (efficient frontier), yaitu garis yang menunjukkan sejumlah portofolio yang efisien, dan semua portofolio yang berada di bawah garis tersebut dinyatakan tidak efisien. Sebagai contoh, portofolio A merupakan portofolio yang tidak efisien bila dibandingkan dengan portofolio C, karena dengan risiko yang sama, portofolio C memberikan expected return

yang lebih tinggi. Demikian juga portofolio H, merupakan portofolio yang tidak efisien bila dibandingkan dengan portofolio B, karena dengan *expected return* yang sama, portofolio H mempunyai risiko yang lebih tinggi.

Dalam pembentukan portofolio efisien, menurut (Abdurakhman,2007) asumsi perilaku investor yang wajar terjadi dalam keputusan investasi adalah investor yang tidak suka terhadap risiko (*risk avester*). Investor *risk avester* adalah investor yang apabila dihadapkan pada dua pilihan investasi yang memberikan tingkat pengembalian yang sama dengan risiko yang berbeda, maka ia akan lebih suka mengambil investasi dengan risiko yang lebih kecil. Biasanya investor jenis ini cenderung selalu mempertimbangkan secara matang dan terencana atas keputusan investasinya.

2.6 Pembentukan Portofolio Optimal

Semua portofolio yang berada di *efficient frontier* merupakan portofolio yang efisien sehingga tidak dapat dikatakan portofolio mana yang optimal. Jika seorang investor memiliki beberapa pilihan portofolio yang efisien, maka portofolio yang optimal akan dapat dibentuk. Portofolio yang optimal adalah portofolio yang dipilih seorang investor dari sekian banyak pilihan yang ada pada kumpulan portofolio yang efisien. Tentunya portofolio yang dipilih investor adalah portofolio yang sesuai dengan preferensi investor yang bersangkutan terhadap *return* maupun risiko yang bersedia ditanggungnya. Tentunya tidak ada suatu portofolio yang mempunyai resiko kecil sekaligus *return* besar. Yang penting bagi investor adalah bagaimana menentukan portofolio yang dapat memberikan kombinasi *return* dan *risk* yang optimum.

2.7 Konstruksi Portofolio Optimal dengan Metode Mean Varians Dua Kendala

Pengertian portofolio optimal adalah portofolio yang dipilih seorang investor dari sekian banyak pilihan yang ada pada kumpulan portofolio yang efisien. Tentunya portofolio yang dipilih investor adalah portofolio yang sesuai dengan preferensi investor bersangkutan terhadap *return* maupun terhadap risiko yang bersedia ditanggungnya. portofolio optimal dengan kriteria *mean-variance efficient portfolio*, investor hanya berinvestasi pada aset-aset berisiko saja. Investor

tidak memasukkan aset bebas risiko (*risk free asset*) dalam portofolionya.

Mean-variance efficient portfolio didefinisikan sebagai portofolio yang memiliki variansi yang minimum di antara keseluruhan kemungkinan portofolio yang dapat dibentuk, pada tingkat *mean expected return* yang sama. Secara matematika hal tersebut sama dengan mengoptimalkan bobot $\mathbf{w}=(w_1, \dots, w_p)^T$ dengan meminimalkan variansi (resiko)

$$\frac{1}{2} \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}$$

Pengambilan setengah dari kuantitas persamaan di atas hanyalah alasan teknis untuk memecahkan masalah optimisasi. Rumus pembobotan portofolio optimal dapat diselesaikan dengan mendefinisikan *variance efficient portfolio* yakni portofolio yang membuat risiko menjadi minimal dengan batasan jumlah dari bobot (*weight*) portofolio tersebut $\mathbf{w}^T \mathbf{1}_p = 1$ dan $\mathbf{w}^T \mathbf{r} = r_0$ dengan batasan (konstrain) sebanyak dua yang dilambangkan dengan λ dan β .

Selanjutnya dapat dibentuk fungsi Lagrange L, dan akan dicari \mathbf{w} yang meminimalkan Fungsi Lagrange tersebut

$$L(\mathbf{w}, \lambda, \beta) = 1/2 \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w} - \lambda (\mathbf{w}^T \mathbf{1}_p - 1) - \beta (\mathbf{w}^T \mathbf{r} - r_0)$$

Fungsi Lagrange L diturunkan secara parsial terhadap \mathbf{w} dan disama dengankan nol, diperoleh persamaan berikut ini :

$$\partial L / \partial \mathbf{w} = \Sigma \mathbf{w} - \lambda \mathbf{1}_p - \beta \mathbf{r}$$

Turunan parsial L terhadap vector $\mathbf{w}=(w_1, \dots, w_p)$, artinya adalah turunan parsial L terhadap masing-masing $w_i, i=1, \dots, p$. Menghasilkan vector kolom berukuran p . dengan menyamadengankan nol $\partial L / \partial \mathbf{w} = 0$ sehingga:

$$\Sigma \mathbf{w} = \lambda \mathbf{1}_p + \beta \mathbf{r}$$

Maka

$$\mathbf{w} = \Sigma^{-1} (\beta \mathbf{r} + \lambda \mathbf{1}_p).$$

Persamaan \mathbf{w} dikalikan dengan $\mathbf{1}_p^T$ dari kiri, diperoleh

$$\begin{aligned} (1) \quad 1 &= \mathbf{1}_p^T \mathbf{w} = \mathbf{1}_p^T \Sigma^{-1} (\lambda \mathbf{1}_p + \beta \mathbf{r}) \\ &= (\mathbf{1}_p^T \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p) \lambda + (\mathbf{1}_p^T \Sigma^{-1} \mathbf{r}) \beta \\ &= A \lambda + B \beta \end{aligned}$$

Persamaan \mathbf{w} dikalikan dengan \mathbf{r}^T dari kiri, diperoleh

$$\begin{aligned} (2) \quad r_0 &= \mathbf{r}^T \mathbf{w} = \mathbf{r}^T \Sigma^{-1} (\lambda \mathbf{1}_p + \beta \mathbf{r}) \\ &= (\mathbf{r}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1}_p) \lambda + (\mathbf{r}^T \Sigma^{-1} \mathbf{r}) \beta \\ &= C \lambda + D \beta \end{aligned}$$

Persamaan (1) dan (2) adalah SPL dua variabel β, λ . Dengan menggunakan metode eliminasi diperoleh

$$\lambda = \frac{D - Br_0}{AD - BC} ; \beta = \frac{Ar_0 - C}{AD - BC}$$

Dengan Σ berukuran $p \times p$, r berukuran $p \times 1$, 1_p berukuran $p \times 1$. Selanjutnya, β, λ dimasukkan ke dalam

$$w = \Sigma^{-1} (\lambda 1_p + \beta r).$$

Berikut rangkuman tahapan penelitian :

Pada tahap pelaksanaan langkah-langkah yang akan dilakukan secara terperinci sebagai berikut :

1. Menentukan bentuk model matematika berbagai portofolio.
2. Menganalisa sifat-sifat statistika dalam pembentukan suatu portofolio.
3. Dari berbagai portofolio yang mungkin dapat dibentuk, nantinya akan didapat portofolio yang paling optimal yang memaksimalkan return dan meminimalkan resiko.

4. Menggunakan data saham untuk melihat kinerja portofolio optimal yang telah dipilih.
5. Dari portofolio yang optimal maka bobot yang didapatkan juga adalah bobot yang paling mengoptimalkan keuntungan dari investasi.
6. Membuat algoritma sehingga dapat memberikan gambaran tentang
7. langkah-langkah portofolio yang dilakukan.
8. Menggunakan saham-saham LQ45 pada bursa efek
9. Membandingkan dengan metode pada artikel sebelumnya yaitu mean varian satu konstrain.

II. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada paper ini digunakan data saham dari perusahaan-perusahaan luar negeri yaitu unilever, Newmont, apple dan Microsoft. Saham dengan lima jenis bidang yang berbeda. Saham yang digunakan ini adalah saham-saham yang diburu oleh para investor mengingat saham-saham tersebut adalah saha-saham yang mapan dan menjanjikan bagi para investor. Saham-saham

tersebut bergerak pada bidang retail dan makanan, tambang, dan teknologi. Saham-saham tersebut banyak ditemukan melantai bursa mancanegara. Data yang digunakan adalah data saham 1 tahun terakhir. Dari empat data saham yang diambil diperoleh rata-rata return dan resikonya sebagai berikut :

Table 1. Data Saham

Tanggal	Return Unilever	Return Apple	Return Newmont	Return Microsoft
4/27/2015	-0.023266219	-0.01021	0.060448	0.01587633
4/20/2015	0.007437458	0.044329	0.059822	0.15016819
4/13/2015	0.02613321	-0.01849	0.055531	-0.0023969
4/6/2015	0.008630744	0.014204	-0.00045	0.03549268
3/30/2015	0.008943281	0.016795	0.004948	-0.0165975
...
...
12/1/2014	0.009350394	-0.03304	0.034239	0.01275884
11/24/2014	0.02033643	0.021121	-0.06552	-0.0035431

11/17/2014	0.017369093	0.020056	0.028198	-0.0322711
11/10/2014	0.016091357	0.047427	-0.00208	0.01848809
11/3/2014	-0.005163956	0.009352	0.022921	0.03684771
Mean	0.004881	0.007347579	0.01440916	0.002493
Varian	0.000547	0.001056235	0.00215151	0.002361

Dari table diperoleh mean dan varian masing-masing return saham. Pada saham Unilever, apple, Newmont dan Microsoft terlihat semua tumbuh dan menguntungkan pada periode 2014-2015. Untuk saham Newmont memiliki tingkat kenaikan yang bagus yakni sebesar 1,4% kemudian disusul oleh Apple, unilever lalu terakhir Microsoft yang masing-masing tumbuh perlahan sebesar 0,7%, 0,4%, dan 0,2%. Kemudian dilihat tingkat resiko masing-masing saham dari yang beresiko sampai yang rendah resiko yakni , Microsoft, Newmont kemudian unilever yang masing-masing sebesar secara berturut-turut 0,23%, 0,21%, 0,1% kemudian 0.05% . Terlihat bahwa saham unilever memiliki tingkat pengembalian Sedangkan pada saham Newmont tingkat keuntungan besar tetapi resiko juga besar

dengan kata lain *high risk high return*. Untuk memberikan bukti secara riil maka dimisalkan seorang Investor akan menginvestasikan modalnya pada portofolio yang kita bangun sebesar 1 Milyar pada 4 saham yang kita analisis . Berdasarkan hasil kontruksi besarnya bobot dengan menggunakan dua kendala maka investasi yang akan dilakukan untuk empat saham tersebut sebagai berikut:

Tabel 2. Bobot Investasi

Saham	W	Persen Bobot	Investasi
Unilever	-8.04317	-804%	-804317.1075
Apple	5.433023	543%	543302.3161
Newmont	7.581213	758%	758121.255
Microsoft	-3.97106	-397%	-397106.4637

Perhatikan saham Unilever dan Microsoft. Tanda minus pada kedua saham tersebut mengisyaratkan pada kita untuk berinvestasi dengan cara mencari dana yang lain, diluar dana 1 milyar yang dimiliki investor. Ini dilakukan untuk mengoptimalkan investasi pada dua saham yang memiliki bobot positif yaitu sajam Apple dan Newmont. Dengan menggunakan metode dua konstrain inilah keuntungan paling optimal yang akan diperoleh seorang investor tentunya juga dengan resiko yang cukup besar.

Pada metode ini tidak diperbolehkan adanya investasi yang short sell atau menginvestasikan negative pada suatu saham dalam satu portofolio. oleh karena itu pada hasil yang diperoleh walaupun harapan returnnya

negative tetap diberikan porsi investasi yang positif, tentunya dengan besaran yang sangat kecil. Kelebihan dari metode dua konstrain ini daripada satu konstrain adalah semakin banyaknya indicator keterbatasan yang digunakan maka semakin baiklah suatu portofolio.

Portofolio optimal minimum varians di atas, menghasilkan bobot portofolio, yang dapat memberikan tingkat return yang sama dengan portofolio lain, dengan resiko yang lebih kecil.

III. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan studi kasus literatur diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Metode mean varian dua konstrain dapat dijadikan dasar dalam penentuan portofolio

yang lebih optimal dari satu konstrain karena memenuhi kriteria jumlah bobot semua saham pada portofolio berjumlah 1.

2. Saham yang digunakan adalah saham Unilever, apple, Newmont, dan Microsoft. Dua saham bertanda negative dan dua saham bertanda positif yang mengisyaratkan kita untuk mengoptimalkan investasi dengan cara yang lebih beresiko.
3. Saham yang sangat dioptimalkan adalah saham Apple dan Newmont.
4. Dengan mean varian dua konstrain maka kendala pada proses analisa dapat lebih teliti dan detail.
5. Penentuan bobot masing-masing saham pada portofolio menggunakan rumus:

$$\mathbf{w} = \Sigma^{-1} (\lambda \mathbf{1}_p + \beta \mathbf{r}).$$

dengan,

$$\lambda = \frac{D - B r_0}{AD - BC} ; \beta = \frac{A r_0 - C}{AD - BC}$$

Pada penelitian ini terdapat kekurangan yang nantinya dapat digunakan untuk penelitian selanjutnya. oleh karena itu penulis memberi saran sebagai berikut :

1. diharapkan penentuan simulasi yang digunakan lebih banyak sehingga dapat memperoleh pendekatan numerik yang bagus.
2. diharapkan para peneliti dapat menggunakan saham LQ-45 untuk melihat performa simulasi portofolio saham yang sudah lama melantai bursa

IV. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Abdurrakhman, 2007, *Buku Ajar Pengantar Statistika Keuangan*, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- [2] Anton, H., dan Rorres, C., 2005, *Elementary Linear Algebra, Applications Version*. Ninth Edition, John Wiley & Sons, inc., New York.
- [3] Rosadi, D., 2012, *Diktat Kuliah Manajemen Resiko Kuantitatif*, Program Studi Statistika, FMIPA, Universitas Gadjah Mada.
- [4] Bain, L. J., dan Engelhardt, Max, 1992, *Introduction to Probability and Mathematical Statistics 2nd Edition*, Duxbury Press, Belmont, California.
- [5] Data harga saham, [http: yahoo.finance.com.](http://yahoo.finance.com), diakses tanggal 15 Januari 2016.
- [6] Data saham LQ-45, [http: www.idx.co.id.](http://www.idx.co.id), diakses tanggal 5 Januari 2016.
- [7] Tandelilin, Eduardus, 2001, *Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio Edisi Pertama*, Yogyakarta, BPFY Yogyakarta.